

OPTMIX - UM MODELO PARA OBTENÇÃO DO MIX ÓTIMO DE PRODUÇÃO

OPTMIX - A OPTIMAL PRODUCTION PLAN MODEL

Denise H. Lombardo FERREIRA*
Walter CELASCHI**

ABSTRACT

Optmix is a model to determine the optimal production plan. The model uses linear and integer programming to evaluate the most profitable production program. Optmix model uses the most important variables and restrictions that affect production process and market place. The model needs GAMS software Version 2.05 for IBM-PC running under MS-DOS.

KEY-WORDS: Systems optimization, manufacturing control system, Production Planning.

RESUMO

O Optmix determina o Mix Ótimo de Produção através de um modelo de programação linear e inteira. O modelo aponta o mix de produção de maior lucratividade e analisa o impacto das variáveis e restrições que afetam o mercado e o processo produtivo. O Optmix foi desenvolvido para microcomputadores IBM-PC com MS-DOS e utiliza o software GAMS - General Algebraic Modeling System - versão 2.05.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização de Sistemas, Administração da Manufatura, Planejamento da Produção.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil vive hoje um momento de transição em todos os aspectos que envolvem a produção industrial. Nossa indústria carece de organização, métodos, qualificação gerencial no nível médio, e também não possui níveis competitivos de preço e qualidade.

Algumas empresas que operam "no azul", carregam produtos e processos de lucratividade negativa, que não são identificados quando o resultado final é positivo. Baixos índices de produtividade e qualidade são observados nesta indústria que gera produtos com preços elevados e qualidade não compatível.

Com a abertura do mercado aos produtos estrangeiros é imperativo que nossa indústria adquira o mais rápido possível os padrões internacionais de eficiência, administração e controle que possibilitarão sua sobrevivência no novo cenário que se configura.

As empresas podem ter seu desempenho aferido por vários critérios, porém existe um que considera as principais variáveis operacionais, seu nome: Lucratividade, ou seja, a determinação do lucro decorrente de suas atividades produtivas em um determinado período de tempo.

O problema central da apuração da lucratividade reside no fato de a atividade industrial envolver um número muito grande de variáveis que têm correlação direta ou indireta com a lucratividade.

Manualmente é praticamente impossível avaliar a lucratividade de cada produto, pois seu custo depende de vários fatores, como por exemplo, o custo das matérias primas envolvidas, os custos diretos de fabricação e os custos indiretos da administração e de serviços auxiliares.

Além disso, o problema fica agravado pelo fato de a nossa moeda perder o valor no tempo, no caso dos pagamentos com data posterior à transação.

Levando-se em conta todos estes fatores, os autores propõem um modelo batizado de OPTMIX.

(*) Professora do Instituto de Informática - PUCAMP

(**) Professor do Instituto de Informática - PUCAMP e Consultor e microempresário de Informática

2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO OPTMIX

O Optmix é um modelo que determina o Mix Ótimo de Produção, ou seja, o mix de produção que gera a maior lucratividade em função das principais variáveis e restrições que afetam a produção.

O modelo foi desenvolvido para indústrias de manufatura discreta com estrutura de produtos padronizada e com engenharia do processo baseada no conceito de tempo padrão.

O custo final é obtido através das matérias primas e dos processos industriais utilizados. Custos indiretos podem ser considerados como processos não industriais e rateados pelos diversos produtos.

A necessidade de produção pode ser obtida diretamente da carteira de pedidos ou de uma previsão de vendas. As capacidades de produção devem ser fornecidas pela engenharia industrial, assim como a disponibilidade de matérias primas nos próximos períodos ficam a cargo do departamento de compras, e finalmente os estoques máximos desejados devem ser definidos como estratégia da diretoria.

O Optmix foi concebido através de um projeto de pesquisa interdisciplinar que reuniu a experiência dos autores nas áreas de Pesquisa Operacional e Administração da Produção.

O modelo utiliza técnicas de Programação Linear e Inteira que podem ser vistas no protótipo apresentado a

seguir que foi desenvolvido para microcomputadores padrão IBM-PC com sistema operacional MS-DOS e com o software GAMS versão 2.05 específico para problemas de pesquisa operacional.

OBJETIVO: Maximizar o Lucro Total considerando os dados e restrições abaixo:

DADOS:

- 1) Custo Padrão das matérias primas
- 2) Preço de venda dos produtos
- 3) Custo hora de cada centro de trabalho (hora normal/extra)
- 4) Estrutura dos produtos
- 5) Tempos de preparação de máquinas
- 6) Tempos de cada operação de produção

RESTRIÇÕES:

- 1) Disponibilidade de matérias primas nos períodos(*)
- 2) Demanda dos produtos nos períodos(**)
- 3) Capacidade dos centros de trabalho (hora normal/extra)
- 4) Estoques máximos dos produtos

(*) Possibilidade de reposição dos estoques por período.

(**) Pedidos em carteira ou previsão de vendas.

Os dados e restrições usados no modelo são apresentados no anexo I.

2.1 - DADOS USADOS NO MODELO

CPMP(M) CUSTO PADRÃO DA MATÉRIA-PRIMA M (DÓLAR POR UNIDADE)

/ M1 5 M2 8 M3 4 M4 12 M5 8 /

PV(P) PREÇO DE VENDA DO PRODUTO P (DÓLAR)

/ P1 14 P2 12 P3 12 P4 21 P5 16 P6 11 P7 35 P8 21 P9 16 P10 7

CPCT(C) CUSTO PADRÃO DO CENTRO DE TRABALHO C (DÓLAR POR HORA)

/ C1 40 C2 40 C3 50 C4 50 C5 30 /

CACT(C) CUSTO HORA EXTRA NO CENTRO DE TRABALHO C (DÓLAR POR HORA)

/ C1 60 C2 60 C3 75 C4 75 C5 45 /

TABLE N(P, M) USO DA MATÉRIA-PRIMA M NO PRODUTO P

	M1	M2	M3	M4
P1		1		
P2			1	
P3		1		
P4				1
P5			2	
P6	1		1	
P7		2		1
P8			1	1
P9		1		
P10	1			;

TP(C) TEMPO DE PREPARAÇÃO DO CENTRO DE TRABALHO C (HORAS)

/ C1 1.0 C2 0.5 C3 1.5 C4 0.5 C5 1.0/CACT(C)

TABLE HO(P, C) HORAS DO PRODUTO P (UMA UNIDADE) NO CENTRO C

	C1	C2	C3	C4	C5
P1	.01	.01	.01		
P2		.01	.02	.03	
P3	.01	.02			
P4			.03	.04	.05
P5		.02	.03	.04	
P6	.01			.01	.01
P7			.01		.01
P8	.01	.02	.01		
P9	.01		.01		.01
P10		.01	.02	.01	.02

TABLE EIMP(M, H) DISPONIB. DA MATÉRIA-PRIMA M

	M1	M2	M3	M4
H1	3000	4000	4000	3000
H2	3000	4000	4000	3000

TABLE DE (P, H) DEMANDA (PEDIDOS) DO PRODUTO P (UNID/SEMANA)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
H1	100	800	0	300	0	200	200	0	160	200
H2	200	0	700	0	700	100	300	100	120	0

CUSTO HORA EXTRA NO CENTRO DE TRABALHO C (DÓLAR POR HORA)

/ C1 60 C2 60 C3 75 C4 75 C5 45 /

TABLE CA(C,H) CAPACIDADE DO CENTRO DE TRABALHO C (HORAS/SEMANA)

44 horas para todos os centros de trabalhos

QUANTIDADE MÁXIMA DE HORAS EXTRAS NOS PERÍODOS 44 horas**EM(P) ESTOQUE MÁXIMO DO PRODUTO P (UNIDADES)**

/ P1 200 P2 100 P3 0 P4 0 P5 200 P6 100 P7 0 P8 100 P9 200 P10 0 /

2.2 - EQUAÇÕES DE CÁLCULOS PARCIAIS

CPP(P) CUSTO PADRÃO UNITÁRIO DO PRODUTO P;

$$CPP(P) = \sum_c CPCT(C)HO(P,C) + \sum_m CPMP(M)N(P,M)$$

MPP(P) MARGEM PADRÃO UNITÁRIA DO PRODUTO P;

$$MPP(P) = PV(P) - CPP(P);$$

2.3 - RESULTADOS PRINCIPAIS/VARIÁVEIS DE DECISÃO

$X(P,H)$ QUANTIDADE A SER PRODUZIDA DO PRODUTO P NO PERÍODO H

$Y(C,H)$ HORAS ADICIONAIS NO CENTRO DE TRABALHO C NO PERÍODO H

$W(P,H)$ CONTROLE DO TEMPO DE PREPARAÇÃO DOS CENTROS DE TRABALHO:

1 indica que o produto P é produzido no período H

0 caso contrário

Z LUCRO TOTAL (DÓLAR);

2.4 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

MAXIMIZAR

$$Z = \sum_P \sum_H MPP(P)X(P,H) - \sum_C \sum_H CACT(C)Y(C,H) - \sum_C \sum_P \sum_H TP(C)CPCT(C)W(P,H)$$

RESTRIÇÕES

$$\sum_P N(P,M)X(P,H) \leq EIMP(M,H) \quad \forall M,H \quad (1)$$

$$\sum_{K \leq H} X(P,K) \geq \sum_{K \leq H} DE(P,K) \quad \forall H,P \quad (2)$$

$$\sum_P HO(P,C)X(P,H) + TP(C)W(P,H) \leq CA(C,H) + Y(C,H) \quad \forall C,H \quad (3)$$

$$\sum_H X(P,H) < EM(P) + \sum_H DE(P,H) \quad \forall P \quad (4)$$

$$X(P,H) - MW(P,H) \leq 0 \quad \forall P,H$$

$$X(P,H) - W(P,M) \geq 0 \quad \forall AP,H$$

$$X(P,H) \geq 0 \quad \forall P,H$$

$$Y(C,H) \geq 0 \quad \forall C,H$$

$$W(P,H) = 0 / 1 \quad \forall P,H$$

3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos a partir das listagens emitidas pelo programa GAMS que processou as equações e os dados descritos no item anterior.

Inicialmente foram calculados o custo unitário de cada produto P considerando a utilização das matérias-primas e uso dos centros de trabalho, e a margem de lucro padrão de cada produto, obtida pela diferença entre o preço de venda e o custo padrão.

3.1 - CUSTO PADRÃO UNITÁRIO DO PRODUTO P

P1	9.300,	P2	6.900,	P3	9.200,	P4	17.000,	P5	12.300
P6	10.200,	P7	28.800,	P8	17.700,	P9	9.200,	P10	7.500

3.2 - MARGEM DE LUCRO PADRÃO UNITÁRIA DO PRODUTO P

P1	4.700,	P2	5.100,	P3	2.800,	P4	4.000,	P5	3.700
P6	0.800,	P7	6.200,	P8	3.300,	P9	6.800,	P10	-0.500

Da tabela acima pode-se observar que o produto P10 tem lucro negativo de 0.5 dólar por unidade, isto é, está sendo vendido abaixo do preço de custo.

Neste ponto é importante ressaltar que o mix de maior lucratividade não necessariamente maximiza os produtos de maiores lucros individuais. Isto ocorre pois o máximo global é diferente da soma dos máximos locais(1).

3.3 - QUANTIDADE A SER PRODUZIDA O PRODUTO P NO PERÍODO H (Var X)

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
P1 .H1	.	100.000	+INF	.
P1 .H2	.	400.000	+INF	.
P2 .H1	.	800.000	+INF	.
P2 .H2	.	100.000	+INF	.
P3 .H1	.	.	+INF	.
P3 .H2	.	700.000	+INF	.
P4 .H1	.	300.000	+INF	.
P4 .H2	.	.	+INF	.
P5 .H1	.	.	+INF	-5.250
P5 .H2	.	900.000	+INF	.
P6 .H1	.	400.000	+INF	.
P6 .H2	.	.	+INF	.
P7 .H1	.	500.000	+INF	.
P7 .H2	.	.	+INF	.
P8 .H1	.	.	+INF	-0.750
P8 .H2	.	200.000	+INF	.
P9 .H1	.	480.000	+INF	.
P9 .H2	.	.	+INF	.
P10 .H1	.	200.000	+INF	.
P10 .H2	.	.	+INF	-0.500

O **Mix Ótimo de Produção** é indicado por esta tabela. O modelo programou 100 unidades do produto P1 para o período H1 e 400 para H2. Este programa satisfaz a demanda de P1 (100 unidades para P1 e 200 para P2) e mantém a produção máxima no limite de 500 unidades.

Pode-se também observar que o modelo programou 400 unidades de P6 para o período H1 e zero para H2. Desta forma a produção do primeiro período atenderá as demandas de H1 (200 unidades), H2 (100 unidades) e sobrarão 100 unidades para o estoque. Os produtos P7 e P9 também tiveram seus programas de produção concentrados no período H1.

Os marginais negativos indicam redução no lucro total apresentado em 3.2) pelo aumento da produção no período. Exemplo: para cada unidade de P5 produzida no período H1 o lucro total será reduzido de US\$ 5.25.

O modelo poderia considerar mais produtos e mais períodos tornando-se mais complexo em termos de alternativas possíveis para se obter a solução ótima. Entretanto, a formulação matemática seria a mesma.

3.4 - LUCRO TOTAL EM DÓLAR (Var Z)

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-INF	17809.000	+INF	.

O lucro máximo para os dados e restrições do anexo I é de US\$ 17,809.00 sem restrições de limites inferior e superior.

A seguir serão analisadas as restrições impostas ao modelo e processadas pelo GAMS:

3.5 - RESTRIÇÃO DA DEMANDA DO MERCADO

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
P1 .H1	100.000	100.000	+INF	-0.750
P1 .H2	300.000	500.000	+INF	.
P2 .H1	800.000	800.000	+INF	-3.750
P2 .H2	800.000	900.000	+INF	.
P3 .H1	.	.	+INF	.
P3 .H2	700.000	700.000	+INF	.
P4 .H1	300.000	300.000	+INF	-1.250
P4 .H2	300.000	300.000	+INF	.
P5 .H1	.	.	+INF	.
P5 .H2	700.000	900.000	+INF	.
P6 .H1	200.000	400.000	+INF	.
P6 .H2	300.000	400.000	+INF	.
P7 .H1	200.000	500.000	+INF	.
P7 .H2	500.000	500.000	+INF	.
P8 .H1	.	.	+INF	.
P8 .H2	100.000	200.000	+INF	.
P9 .H1	160.000	480.000	+INF	.
P9 .H2	280.000	480.000	+INF	.
P10 .H1	200.000	200.000	+INF	-2.750
P10 .H2	200.000	200.000	+INF	.

Analisando a tabela de restrições de demanda pode-se concluir que o modelo conseguiu atender todos os pedidos dos produtos P1 a P10 para os períodos H1 e H2.

A coluna MARGINAL indica o aumento ou redução (caso negativo) no lucro pelo afrouxamento nas

vizinhanças da restrição. No caso do produto P1 no período H1 encontramos -0.750. Este número indica a redução de US\$0.75 no lucro total, a cada unidade adicional necessária do produto P1 no período H1.

3.6 - RESTRIÇÃO DE ESTOQUE DA MATÉRIA-PRIMA M

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
M1 .H1	-INF	600.000	3000.000	.
M1 .H2	-INF	.	3000.000	.
M2 .H1	-INF	1.580.000	4000.000	.
M2 .H2	-INF	1100.000	4000.000	.
M3 .H1	-INF	1200.000	4000.000	.
M3 .H2	-INF	2100.000	4000.000	.
M4 .H1	-INF	800.000	3000.000	.
M4 .H2	-INF	200.000	3000.000	.

Considerando que os níveis calculados tem folga com relação aos limites superiores, podemos concluir que as matérias primas disponíveis são suficientes para

atender a produção nos 2 períodos. Neste caso os "marginais" são iguais a zero significando que não haverá aumento no lucro caso aumente a disponibilidade de matérias primas.

3.7 - RESTRIÇÃO DAS CAPACIDADES DOS CENTROS DE TRABALHO

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
C1 .H1	-INF	16.800	44.000	.
C1 .H2	-INF	18.000	44.000	.
C2 .H1	-INF	14.500	44.000	.
C2 .H2	-INF	43.500	44.000	.
C3 .H1	-INF	44.000	44.000	75.000
C3 .H2	-INF	42.500	44.000	.
C4 .H1	-INF	44.000	44.000	75.000
C4 .H2	-INF	41.500	44.000	.
C5 .H1	-INF	39.800	44.000	.
C5 .H2	-INF	5.000	44.000	.

Esta tabela é importante pois possibilita a identificação dos gargalos de produção(1). Podemos observar que a capacidade de 44 horas dos centros de trabalho C3 e C4 foi

esgotada no período H1. A coluna marginal indica que o lucro total será acrescido de US\$ 75.00 a cada hora adicional na capacidade destes centros de trabalho.

3.8 - RESTRIÇÃO DA PRODUÇÃO MÁXIMA

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
P1	-INF	500.000	500.000	4.700
P2	-INF	900.000	900.000	5.100
P3	-INF	700.000	700.000	2.800
P4	-INF	300.000	300.000	.
P5	-INF	900.000	900.000	3.700
P6	-INF	400.000	400.000	0.050
P7	-INF	500.000	500.000	5.450
P8	-INF	200.000	200.000	3.300
P9	-INF	480.000	480.000	6.050
P10	-INF	200.000	200.000	.

3.9 - CONTROLE DO TEMPO DE PREPARAÇÃO DOS CENTROS DE TRABALHO

Houve a necessidade de se introduzir a variável inteira do tipo 0 ou 1 $W(P,H)$ para controlar o tempo de preparação dos centros de trabalho. Ou seja, se $W(P, H) = 0$ não haverá preparação do centro de trabalho C que está representado na restrição

$CAPAC(C, H) \cdot W(P, H) = 0$ não implica em produção zero para o período pois o centro pode já vir preparado do período anterior.

A variável inteira $W(P,H)$ deve estar relacionada com a variável $X(P,H)$ que representa a quantidade a ser produzida do produto P no período H.

Este fato pode ser representado pelas restrições.

$X(P,H) - MW(P,H) \leq 0$, onde M é um número muito grande

$X(P,H) - W(P,H) \geq 0$

Se $W(P,H) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X(P,H) \leq 0 \\ X(P,H) \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow X(P,H) = 0$

Se $W(P,H) = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X(P,H) \leq M \\ X(P,H) \geq 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \leq X(P,H) \leq M$

3.9 - HORAS ADICIONAIS NO CENTRO DE TRABALHO C NO PERÍODO H (Var Y)

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
C1 .H1	.	.	44.000	-60.000
C1 .H2	.	.	44.000	-60.000
C2 .H1	.	.	44.000	-60.000
C2 .H2	.	.	44.000	-60.000
C3 .H1	.	6.300	44.000	.
C3 .H2	.	.	44.000	-75.000
C4 .H1	.	1.500	44.000	.
C4 .H2	.	.	44.000	-75.000
C5 .H1	.	.	44.000	-45.000
C5 .H2	.	.	44.000	-45.000

O modelo também indica a quantidade de horas extras necessárias à produção do Mix ótimo. Neste caso o centro de trabalho C3 deverá ser utilizado por 6.3 horas no período 1 e o C4 por 1,5 hora no mesmo período. Os marginais negativos indicam que para cada hora adicional nestes centros de trabalho haverá redução no lucro total dos valores marginais.

BIBLIOGRAFIA

- (1) GOLDRATT, E. M., Cox J., "A Meta, Administração dos Gargalos de Produção", IMAM, São Paulo, 1986.
- (2) CORRÊA H. L., Gianesi. G. N., "Just in Time, MRP-II e OPT, um enfoque estratégico", Atlas, 1993.
- (3) BROOKE A., Kendrick D. and Meeraus A., "GAMS - A User Guide" The Scientific Press, South San Francisco, 1988.
- (4) BAZARAA M. S., Jarvis J. J. and Sherali H. D., "Linear Programming and Networks Flows", John Wiley, New York, 1990.