

Motivación y desarrollo del pensamiento matemático

Motivation and development of mathematical thinking

Alfonso Jiménez Espinosa¹

Andrea Carolina Moreno Bello²

Resumen

El objetivo de este artículo es presentar los resultados de una investigación que tuvo como propósito analizar los elementos de la motivación en los estudiantes y diseñar actividades que ayuden al desarrollo del pensamiento matemático, para lo cual se usaron técnicas mixtas de investigación, enmarcadas en un estudio de caso. El trabajo se desarrolló en tres etapas: en la primera se realizó un diagnóstico y un análisis sobre la motivación y las habilidades matemáticas de los estudiantes; en la segunda se realizó la fundamentación teórica y se escogieron las temáticas y actividades para desarrollar con los estudiantes, y en la última se organizó, clasificó y analizó la información para la redacción del informe final. Pudo evidenciarse que una de las causas de desmotivación de los estudiantes es la relación que tienen con sus docentes y, en la mayoría de los casos, están motivados a realizar algo solo por estímulos externos. En cuanto al desarrollo de las actividades se evidenció que este tipo de situaciones permite que los estudiantes cambien su actitud de indiferencia y participen más activamente en la construcción de los conceptos matemáticos. Es de destacarse que, al ser un estudio de caso, los alcances de la investigación se restringen a la población con la que se trabajó y, de esta forma, solo se convierte en un ejemplo de la transformación de la práctica.

Palabras clave: Motivación. Desarrollo del pensamiento matemático. Resolución de problemas. Situaciones problemáticas.

Abstract

This article presents the results of a study whose aim was to analyze elements of motivation in students, and it proposes activities that will help develop mathematical thinking. It is a case study, using quantitative and qualitative research techniques, which was developed in three stages. The first stage involved diagnosing and analyzing the students' motivation and mathematical skills; the second included the theoretical background and the choice of themes and motivational activities to develop the students; and the final stage organized, classified and analyzed the information, for the writing of the research report. The research demonstrated that one of the causes of lack of motivation in students is the relationship they have with their teachers, and in the majority of cases, they are only motivated to do something through external stimuli. In relation to the development of activities, it was seen that this type of intervention prompts the students to become less indifferent, and more actively involved in the construction of mathematical concepts. It should be emphasized that, because this is a case study, the scope of the research is limited to the research population, therefore the results serve merely as an example for transforming educational practices.

Keywords: Motivation. Development of mathematical thinking. Problem-solving. Problem situations.

¹ Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Colombia. Correspondencia para/Correspondence to: A. J. ESPINOSA. E-mail: <ajjimenezes@hotmail.com>.

² Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia Tunja, Colombia.

Introducción

Problemática de estudio

Como consecuencia de la estructura del propio Sistema Educativo Colombiano, el estudiante se ha acostumbrado a aprobar los cursos con un mínimo esfuerzo y, en el peor de los casos, sin hacer absolutamente nada. Esta afirmación parece exagerada; sin embargo, fue esa la razón que llevó al Ministerio de Educación a cambiar nuevamente el sistema de evaluación³, frente a las quejas permanentes de los docentes y de la sociedad en general, como puede ratificarse en artículos de prensa recientes. Es de agregar que desde hace unos meses, también en artículos de prensa y en diferentes foros académicos, se vienen dando alertas sobre la altísima mortalidad académica de los estudiantes en el año lectivo de 2010 a causa del nuevo sistema de evaluación, por el que pueden volver a perder el año (Diario El Tiempo, [s.d.]).

En estas condiciones, en matemáticas, los estudiantes llegan en la mayoría de los casos al grado siguiente con serias deficiencias en los conocimientos básicos de la materia, y más aún en el análisis y la resolución de problemas, como lo constatan los resultados de las pruebas SABER⁴.

Las razones de lo anterior son múltiples, pero pueden contemplarse en dos grupos: las relacionadas con la normatividad y el entorno educativo, que para este estudio corresponden a aspectos de motivación extrínseca; y las relacionadas con el propio docente y el ambiente escolar, que generan motivación intrínseca.

En cuanto al docente, dadas las condiciones en que debe trabajar - cursos muy numerosos, exceso de clases a la semana -, no logra que el estudiante experimente y desarrolle sus capacidades de analizar, plantear, formular y resolver problemas. Este exceso

de trabajo lo lleva a intentar cumplir con el desarrollo de un contenido temático, para realizar la principal exigencia administrativa. Así, el profesor se convierte en un "operario del currículo" con poca reflexión sobre la calidad de lo que hace. Las situaciones descritas anteriormente se conjugan en la persistencia de una escuela y de una clase que no evoluciona, no genera una motivación intrínseca en sus alumnos y, dado que la extrínseca perdió importancia, la situación se agudiza.

De esta forma la investigación pretendió dar respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Cuáles son algunas de las posibles razones de la desmotivación de los estudiantes por el estudio? ¿Qué tipo de actividades favorecen la motivación para el desarrollo del pensamiento matemático? Así, el objetivo de la investigación fue el de analizar elementos de la motivación de los estudiantes y diseñar actividades que ayuden al desarrollo del pensamiento matemático.

Discusión teórica y metodológica

Resolución de problemas y situaciones problémicas

La investigación adoptó las posturas teóricas relacionadas con la resolución de problemas, el desarrollo del pensamiento matemático y la motivación. Según D'Amore (2006) es necesario diferenciar un ejercicio de un problema y de una situación problemática o problémica.

Para desarrollar un ejercicio, tan sólo basta seguir los pasos dados previamente en un algoritmo; aquí no hay un proceso que le permita construir ideas matemáticas que provengan de la vida cotidiana y del contexto del alumno. "Se tiene un ejercicio cuando la resolución prevé que se tengan que utilizar reglas

³ El Decreto 230 de 2002 del Ministerio de Educación de Colombia implementó la promoción automática en la educación básica y media, con lo cual sólo en casos excepcionales un alumno podría perder el año. En el año 2009 el mismo Ministerio expide otro decreto que deroga el anterior, y delega a cada institución escolar la implementación de su propio sistema de evaluación, dentro de determinados parámetros generales.

⁴ Las pruebas SABER, son las correspondientes al Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación, que efectúa el Ministerio de Educación.

y procedimientos ya aprendidos, aunque aún en vías de consolidación.” (D’Amore, 2006, p.294).

Para resolver un problema, no es suficiente con seguir unos pasos ya dados con anterioridad por el docente, como en el caso del ejercicio; se necesitan buscar estrategias para solucionarlo, y es ahí donde el estudiante tiene que hacer uso de sus competencias y habilidades para hallar la solución. Es decir, él tiene que hacer uso de sus conocimientos previos y buscar formas de abordar el problema, proponer hipótesis, crear diferentes rutas para poder llegar a resolverlo, establecer cuáles son los datos que se dan a conocer y cuáles son los que tiene que buscar; en otras palabras, el estudiante no dispone de una receta definida para conseguir darle solución al problema. A este respecto este autor afirma que “[...] se tiene un problema cuando una o más reglas o uno o más procedimientos no son del bagaje cognitivo del resolutor; algunas de ellas, en esa ocasión, podrían estar precisamente en vías de explicación; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor” (D’Amore, 2006, p.295).

La situación problemática o problémica es más compleja que un problema. Es a partir de ésta que debe llegar a plantearse el problema. Una situación problemática fomenta el desarrollo de habilidades básicas del pensamiento matemático, es decir plantearse interrogantes, sistematizarlos, estructurarlos y explicarlos; pero para esto el alumno debe tener una comprensión de los conceptos que tendrá que aplicar para resolver la situación problemática; claro está, si es que tiene solución; si no la tiene, el estudiante tiene la posibilidad de realizar una reformulación de la situación problemática. A través de la solución de una situación problemática el estudiante desarrolla su creatividad, le da confianza y seguridad en sí mismo, elabora estrategias como graficar, particularizar, conjeturar, generalizar, verificar y argumentar, que son etapas propias del desarrollo del pensamiento matemático, generando así procesos que lleven a la construcción de nuevos conocimientos. Según D’Amore (2006, p.295), la situación problemática puede verse como “[...] una

situación de aprendizaje concebida de manera tal que los estudiantes no puedan resolver la cuestión por simple repetición o aplicación de conocimientos o competencias adquiridas, sino que se necesita la formulación de nuevas hipótesis”.

El pionero en la resolución de problemas en matemáticas fue Polya (1992) quien, para involucrar a sus estudiantes, utilizó un método general que consta de cuatro pasos:

1) Entender el problema, lo cual consiste en describir con sus propias palabras la situación, distinguir las variables implícitas e identificar qué es lo que pide el problema;

2) Configurar un plan, lo que implica buscar una estrategia para resolver el problema, como realizar un gráfico o diagrama, usar un modelo o buscar una fórmula. El papel del docente radica en guiar al estudiante, a través de preguntas, hacia una estrategia para la solución del problema en base a los conocimientos previos;

3) Ejecutar el plan, es decir, aplicar las estrategias que se plantearon para solucionarlo; y

4) Mirar hacia atrás, para revisar si es la solución correcta al problema, es decir, si el resultado responde a la pregunta planteada, lo cual le permite al estudiante afianzar sus conocimientos.

Schoenfeld (1985) considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya, y expone que en el proceso de resolución de problemas intervienen también elementos de carácter emocional-afectivo, psicológico y sociocultural, entre otros. Establece cuatro aspectos que intervienen en el proceso de resolución de problemas: los conocimientos previos, las estrategias o heurísticas cognitivas, las estrategias metacognitivas y el sistema de creencias.

Desarrollo del pensamiento matemático

El pensamiento matemático se refiere a las formas de pensar los procesos que se realizan al resolver un problema y de construir situaciones matemáticas que vienen del diario vivir; esto es, el pensamiento matemático abarca muchos niveles, los

cuales propician el desarrollo de capacidades cognitivas para la construcción de nuevos conocimientos. En el desarrollo del pensamiento matemático, según Mason *et al.* (1988), hay tres factores que influyen:

1) La competencia en el uso de los procesos de investigación matemática, que se refiere a la tarea que es capaz de adelantar el estudiante con ayuda del profesor, es decir, lo que el alumno logra en clases con enfoque investigativo y no de repetición.

2) Confianza en el dominio de los estados emocionales y psicológicos para sacar provecho de ellos.

3) Conocimiento del contenido de las matemáticas.

Para resolver un problema matemático existen caminos útiles que se pueden realizar, como lo describe Mason. La mejor forma de iniciar y enfrentar el problema es haciendo una particularización, es decir llevándolo a un lenguaje sencillo con el cual el problema se pueda expresar con sus propias palabras y en una situación concreta, para luego reunir evidencias, las cuales serán la base del proceso de generalización. Generalizar significa hallar una ley (que puede ser una expresión algebraica) que permita decidir si las conjeturas que se realizan respecto al problema matemático son o no ciertas. Existen diferentes fases que estructuran el pensamiento, las cuales están basadas en los procesos fundamentales de particularización, generalización y conjeturación o de generación de hipótesis. El proceso de resolución de un problema, según Mason *et al.* (1988), se puede abordar en tres fases:

Fase de Abordaje, en la cual se realizan las particularizaciones del problema, y que consiste en responder a las preguntas: ¿qué es lo que sé?, ¿qué es lo que quiero?, ¿Qué puedo usar?;

Fase de Ataque, en la cual el resolutor entra en la etapa del razonamiento propiamente dicho y ocurre cuando, en palabras de Mason (1988, p.49), "sientes que el problema se ha instalado dentro de tu mente y ya es tuyo, y se completa cuando, o bien se abandona o bien se resuelve". En esta fase se desarrollan varias actividades matemáticas que pueden generar estados como:

"Estar atascado", es decir cuando no se sabe qué hacer, y cuando lo más importante es realizar una particularización que ayude a obtener una idea de qué paso seguir y mirar qué puedo utilizar para resolver el problema; el estado "Ajá", que consiste en intentar, por algún método, dar solución al problema, identificando lo que podría utilizarse y reflexionando si se justifica el paso a seguir. Este estado se caracteriza por la conjeturación, lo cual consiste en hacer una afirmación, que puede ser examinada, cuestionada, o modificada. En ocasiones es fácil conjeturar el qué, pero suele ser difícil el por qué. Para responder al por qué se necesita convencer de las afirmaciones al lector más crítico. Pero para que esto suceda es necesario convencerse así mismo, convencer a un amigo y convencer a un enemigo (Mason *et al.*, 1988).

Fase de Revisión, en la cual se vuelve a mirar lo que ha pasado, es decir, se comprueba lo que se ha hecho y se reflexiona para poder llegar a la generalización del proceso.

En conclusión: el pensamiento matemático es algo personal, y su desarrollo depende de la forma como se enfrenten los problemas y se reflexione sobre esa experiencia. Para pensar matemática-mente de una manera eficaz se necesita tener suficiente confianza para poner a prueba las ideas y para enfrentarse a los estados de ánimo. Es importante que el profesor cree un ambiente de confianza donde el estudiante pueda trabajar con tranquilidad. Además de esto se necesita crear una atmósfera propicia para el pensamiento matemático, que consiste en interrogar, desafiar y reflexionar, es decir, una atmósfera que esté construida por preguntas. Según Mason (1988), se deben tener en cuenta los procesos matemáticos fundamentales de especialización o particularización, generalización y convencimiento, para lo cual es necesario que el docente construya un ambiente de confianza para que los estudiantes puedan formular sus preguntas y crear en ellos un espíritu investigativo.

La motivación

En el trabajo docente nos enfrentamos a diario con el desinterés de los estudiantes por el estudio, y

es por esto que nos preguntamos cuáles son las razones por las cuales los estudiantes realizan otras actividades y no responden a sus compromisos académicos. Realmente es difícil responder a este interrogante, por lo cual debemos comenzar por definir qué es la motivación y cuáles son los factores que influyen en ésta.

Según Woolfolk (1999, p.372), "La motivación suele definirse como un estado interno que incita, dirige y mantiene la conducta". La motivación representa qué es lo que determina que una persona realice una acción, busque alcanzar un objetivo y se mantenga hasta lograrlo o, por el contrario, abandone la acción o tarea. Hay que entender que nadie puede obligar a alguien a que se motive, y en este sentido la motivación es interna aunque tiene su origen en la interacción del ser humano con el medio. Algunos de los factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes son su situación familiar, las desigualdades sociales o la relación que existe con sus docentes.

Diversos autores clasifican la motivación de muchas formas que pueden surgir de la necesidad del estudiante, es decir, que se genera de una forma externa o interna.

Motivación intrínseca y extrínseca

Según Woolfolk (1999, p.374), "La motivación intrínseca surge de factores como el interés o la curiosidad, es decir, de la tendencia natural a buscar y superar desafíos cuando se trata de intereses personales y de ejercer las capacidades". Se llama motivación extrínseca el acto de realizar una acción para obtener una calificación, evitar un castigo o recibir un beneficio en caso de cumplimiento con la exigencia. En este caso no interesa la actividad, sino el beneficio que se puede obtener de ésta (p. 435). Es de destacar que en el ambiente escolar son importantes las dos clases de motivación.

Gómez (2005, p.5) destaca algunas ideas relevantes sobre las actitudes de los estudiantes de educación básica y media frente a la matemática. Una de estas muestra cómo influyen en la motivación

de los alumnos la propia motivación - es decir, el interés y el placer por las matemáticas -; las creencias sobre sí mismo - el grado de confianza del estudiante en sus capacidades en matemáticas -; los factores emocionales, en especial el grado de ansiedad que sienten a la hora de estudiar y las estrategias de aprendizaje. Este autor presenta algunas estrategias y técnicas para desarrollar la motivación intrínseca en los estudiantes, tales como: permitir a los estudiantes vivir experiencias de éxito en el aprendizaje de la matemática; ayudarlos a internalizar metas de aprendizaje y permitirles el desarrollo de su autonomía y responsabilidad.

Aspectos metodológicos

La investigación usó técnicas mixtas de investigación dentro de un estudio de caso. De acuerdo con las tendencias actuales sobre la complementariedad de los enfoques de investigación, el trabajo usó instrumentos cualitativos e instrumentos cuantitativos. Se usó la investigación en el aula y en la escuela (Stenhouse, 1996) a través de grabaciones en video, cuestionarios de preguntas abiertas, el desarrollo de actividades programadas y el diario de campo. Según Cerda (2007, p.118) "[...] un estudio de caso es una investigación que gira en torno a un fenómeno definido como: un programa, evento, persona, grupo social o institución". En este caso son las propias salas de clases.

La población estuvo conformada por 137 estudiantes, de los cuales 91 de grados novenos, eran de un colegio privado de zona urbana; los restantes 45 de grado octavo pertenecían a una institución de carácter público de un municipio de zona rural. La recolección de información comenzó con la aplicación de cuestionarios para conocer elementos de la motivación de los alumnos hacia la matemática y su relación con aspectos familiares y sociales, así como antecedentes de agrado o de rechazo. Además, se indagó sobre creencias alrededor de la matemática y el grado de ansiedad que les produce la clase. Asimismo, se aplicó un cuestionario de 20 problemas típicos⁵ que envolvían conceptos básicos de

⁵ Los problemas de este cuestionario tenían la estructura clásica de las pruebas SABER, ya mencionadas.

matemáticas hasta ese nivel, y que requerían para su solución el conocimiento de sistemas numéricos, métricos, sistemas geométricos, y sistemas de datos. El objetivo era determinar, para ese nivel - grado 9º-, las dificultades más sobresalientes en la resolución de problemas, dado que éstos determinan también el grado de desarrollo del pensamiento matemático. Con la identificación de dichas dificultades se procedió a diseñar actividades consideradas motivadoras para ser trabajadas en clase, sobre las que se harían grabaciones en video.

De acuerdo con resultados de investigación recientes (D'Amore, 2006), la forma como generalmente se presentan los problemas a los estudiantes se ha tipificado de tal manera que lo llevan a pensar que se trata de enunciados artificiales con números, sin relación con la vida de las personas. Así, las actividades diseñadas fueron situaciones problemáticas que pretendieron cambiar la imagen de la resolución de problemas. Fueron desarrolladas en grupos de tres estudiantes, para luego socializar las soluciones dadas, en forma de plenaria. El objetivo de la grabación fue analizar en el desarrollo de la socialización de respuestas (plenarias) las oportunidades de conjeturación, argumentación y defensa de sus soluciones (el convencer), que son las características del desarrollo del pensamiento matemático (Mason, 1988). Igualmente, en estas secciones se analizó la participación, el involucramiento y la dinámica de los estudiantes, esto es, la motivación intrínseca generada por la actividad. En el desarrollo de las actividades, la profesora investigadora llevó el diario de campo, donde destacaba aspectos sobresalientes en la motivación de los estudiantes. Para el análisis de información se pudieron inferir cuatro categorías que influyen en la motivación y el agrado por la matemática. Estas son: ambiente sociocultural, imagen de sí mismos, intereses personales y relación con el docente.

Resultados

Resultados sobre la motivación y actitud frente a la matemática

Sobre el ambiente sociocultural, cerca del cincuenta y cinco por ciento (55%) de los padres de

los alumnos ayudan o supervisan la realización de tareas en casa; sin embargo, hay diferencias entre los alumnos del colegio privado y el público, pues mientras en el privado los alumnos manifiestan menos motivación teniendo más estabilidad económica, en el público manifiestan mayor grado de motivación frente a menos estabilidad económica de la familia. Este aspecto sorprende un poco, pues a mayor estabilidad económica hay mayor acceso a libros y otros materiales.

En cuanto a los intereses personales de los alumnos y su disposición frente a la matemática, solo el treinta y tres por ciento (33%) manifiesta su agrado por la matemática; un porcentaje similar declara agrado muy poco, y los demás están entre los que definitivamente no les gusta o la detestan. Menos del cuarenta por ciento (40%) manifiesta algún grado de interés por la matemática, los demás van desde el desinteresado, el que asume la clase con pereza, o el que pasa la clase muy aburrido. Solo el veintidós por ciento (22%) de esos estudiantes considera la clase como interesante, los demás la consideran como poco interesante, aburrida, e incluso el nueve por ciento (9%) la considera detestable. En cuanto a la influencia de sus profesores en años anteriores para que les guste o les disguste la matemática, el cuarenta por ciento (40%) considera que esos profesores influyeron para que ahora no les guste, y el trece por ciento (13%) dicen que ellos hicieron que ahora detesten la matemática.

En relación a la imagen de sí mismos, el treinta y tres por ciento (33%) de los alumnos de la institución privada y el dieciocho (18%) de la pública no sabe si tiene o no confianza cuando intenta resolver un problema, lo que puede interpretarse como que los escolares no realizan esa práctica o no saben qué es resolver un problema en matemáticas. En la pública, el setenta y uno por ciento (71%) manifiesta confianza, en cuanto en la privada el veintiuno por ciento (21%) alega abiertamente no tener confianza cuando intenta resolver un problema.

En cuanto a la relación con el docente, en la institución privada el cuarenta y cinco por ciento (45%) y en la pública el veintitrés (23%) declara sentirse nervioso e incómodo en las clases de matemáticas, mientras que el veintisiete por ciento (27%) dice que

lograr solucionar un problema no le causa ningún tipo de satisfacción. La indiferencia al respecto deja ver el poco gusto por la matemática. Asimismo, estos resultados muestran la poca motivación por esta materia en los estudiantes; en general estos, si intentan hacer algo, lo hacen porque hay que hacerlo - es decir porque hay alguna motivación externa- y no por una motivación intrínseca. En la institución privada, solo el veintidós por ciento (22%) de esos estudiantes considera la clase como interesante, los demás la consideran como poco interesante, aburrida, e incluso el nueve por ciento (9%) la considera detestable.

Resultados sobre las actividades con situaciones problemáticas

Una de las actividades realizadas con situaciones problemáticas, en grados novenos, se llamó "volumen del cilindro". Para esto se le dio a cada grupo de estudiantes idénticos recortes circulares de papel. En una actividad anterior sobre funciones se había llegado a la conclusión que "el área de un círculo está en función de su radio", es decir: $A(r) = F(r)$, o $A(r) = \pi r^2$. Se pedía inicialmente que identificaran la forma y el área de cada recorte, y posteriormente que superpusieran veinte recortes, que observaran lo que obtenían y lo dibujaran; luego se les preguntó qué se obtendría superponiendo 500 y luego mil recortes. Se les pregunta además si un solo círculo de esos recortes tenía altura, y luego los veinte superpuestos. A continuación se pedía calcular el volumen de un solo recorte y luego de otros cilindros con diversas alturas. La actividad se desenvolvía hasta llegar a obtener el volumen del cilindro como una función de dos variables: el radio y la altura. Para este caso el radio era constante. El análisis de este episodio se mostró en la sesión plenaria conjunta de discusión de respuestas al trabajo en grupo. El objetivo era hallar el volumen del cuerpo formado al superponer varios (o muchos círculos), es decir un cilindro. La actividad permite que los estudiantes concluyan cómo, en la medida que se superponen recortes (círculos), se va obteniendo un cilindro con mayor volumen. La

docente pregunta ¿si solo hay un recorte de papel, este tiene altura? A lo que un alumno responde "[...] sí, obvio sí", mientras que otro afirma "[...] no, no tiene altura porque es plano". Un tercer alumno refuta la última afirmación diciendo "[...] obvio sí [sí tiene altura], porque por más mínima que sea, sí tiene altura"; la docente explica que quienes afirman que sí tiene altura tienen la razón, que el recorte tiene una altura muy pequeña, y que para este caso en particular, "la vamos a tomar como 1 mm".

La actividad continúa con la pregunta de la docente "qué pasa con el área de la base al variar la altura", y luego pregunta de nuevo ¿cuál es el volumen del cilindro si la altura es 1 mm? Un alumno responde $1,256\text{cm}^3$; la docente interroga ¿si la altura es 50 cambia el área de la base?, los estudiantes concluyen que la base siempre es la misma (turno 35), es decir, en este caso, la base es constante. La profesora pregunta, si la altura del cilindro es cero ¿cuál es el volumen del cilindro? Un alumno responde "¡no hay cilindro!" confirmando la respuesta dada por la mayoría de los grupos. La docente, para buscar el consenso, pregunta ¿entonces cuál es el volumen? Un alumno responde "cero"; la docente quiere saber las razones de esa respuesta, a lo cual el alumno replica diciendo "porque para hallar el volumen se multiplica la altura por el área de la base y en este caso la altura es cero, y por lógica el resultado del volumen es cero". La docente recuerda que van a asumir que la altura (espesor) del recorte de papel tiene un milímetro, con lo cual todos en voz alta dicen "el área de un círculo [en ese único caso] coincide con el volumen del cilindro". Finalmente los estudiantes pueden concluir con las respuestas dadas a los cuestionamientos hechos por la docente, que al realizar variaciones en la altura, lo que cambia es el volumen del cilindro y que la base siempre es la misma. Luego la profesora pregunta "al calcular el volumen del sólido, ¿qué se observa constante?". Un alumno afirma "El área del círculo nunca cambia, siempre es la misma, [...] Lo que cambia es la altura del cilindro". La docente vuelve al objetivo de la actividad preguntando: "¿Identificaron cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente en este ejercicio?". Un alumno

responde "Sí, la variable independiente es la altura, porque podemos darle cualquier valor, y la variable dependiente es el volumen, porque este varía dependiendo del valor que tome la altura".

La actividad muestra como sí es posible crear ambientes de aprendizaje que cambian la dinámica de la clase y donde todos los estudiantes opinan, dan sus respuestas, discuten, conjeturan y convencen a otros, y donde los que habían errado así lo aceptan.

Consideraciones Finales

La gran mayoría de los estudiantes afirma que sus docentes han influido para que no les agrade la matemática y hasta en ocasiones la lleguen a detestar, pues el profesor no crea el ambiente de confianza que menciona Santos (2007, p.95). Según este autor, es necesario que el docente de matemáticas comience a crear ambientes de aprendizaje a partir de situaciones problemáticas que posibiliten al estudiante desarrollar sus competencias.

Es importante resaltar que la matemática siempre se ha visto como difícil y aburrida, opinión confirmada por los estudiantes que participaron en esta investigación. Se observa que, en ocasiones, los estudiantes intentan hacer algo, motivados por factores externos, como premios de sus familias o una nota entre otros, pero no por una motivación intrínseca. Asimismo estos, a pesar de manifestar su desagrado por las matemáticas, las consideran importantes y necesarias para su futuro.

En cuanto al análisis de los episodios de clases, es sin duda evidente que se está permitiendo que los estudiantes construyan conceptos matemáticos a través del análisis, reflexión, argumentación y desarrollo de actividades que problematizan. Los episodios de clase dejan ver cómo a través de la negociación de respuestas y de sus significados, se van obteniendo consensos. No se trata simplemente de calificar o descalificar las respuestas dadas por los alumnos.

La discusión realizada inicialmente en grupos pequeños de estudiantes es muy positiva, pues

permite que todos participen construyendo conjeturas y evaluando continuamente sus ideas. Una vez realizadas las tareas de clase en pequeños grupos, las sesiones plenarias de confrontación de respuestas e interpretaciones a los diversos problemas han demostrado ser muy productivas para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades argumentativas por parte de los estudiantes. Aquí, la tarea del docente pasa a ser la de coordinador y dinamizador de la discusión grupal y promotor de la participación de los estudiantes por medio de preguntas; en ocasiones también aclara las ideas expuestas por los alumnos.

En la conclusión de un trabajo como este, se puede dimensionar la enorme responsabilidad del docente, pues es el que dinamiza la clase a través de las actividades que propone. Sin embargo, la mayor dificultad para el profesor es la falta de tiempo, ya que debe responder a un sinnúmero de tareas y lidiar con grupos numerosos que dificultan su trabajo.

Referencias

- CERDA, G.H. *La investigación formativa en el aula*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magistério, 2007. p.118
- D'AMORE, B. *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magistério, 2006. Colección Didácticas.
- EL TIEMPO. Bogotá. [s.d.]. Disponible en <www.eltiempo.com>. Acceso: 18 sep. 2010.
- GÓMEZ, I. *Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas*. 2005. Disponible en: <www.mat.umc.es/~imgomezc/almacen/pisa-motivar>. Acceso: 12 oct. 2009.
- MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Centro de Publicaciones del MEC y Editorial Labor, 1988.
- POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1992.
- SANTOS, L.M. *La resolución de problemas matemáticos fundamentales cognitivos*. México: Editorial Trillas, 2007.
- STENHOUSE, L. *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Ediciones Morata, 1996.
- WOOLFOLK, A.E. *Psicología educativa*. New Jersey: Editorial Prentice Hall, 1999.

Recibido el 7/12/2010 y aprobado el 2/2/2011.